

О координатном разрешении e/γ --детектора

В. Н. Горячев, С. П. Денисов, А. В. Козелов

Федеральное государственное бюджетное учреждение “Институт физики высоких энергий имени А.А. Логунова Национального исследовательского центра “Курчатовский институт”

Vladimir.goryachev@ihep.ru

В работе представлены результаты расчетов координатного разрешения простого e/γ --детектора, состоящего из свинцового конвертора и расположенного за ним годоскопа. Для моделирования электромагнитных ливней, вызванных в конверторе электронами и адронами с энергиями до 1 ТэВ, использовался пакет GEANT4. Показано, что наилучшее координатное разрешение для электронов достигается при толщине конвертора, близкой к положению t_{\max} максимума ливня. Например, при энергии электронов 200 ГэВ с годоскопом из 2 мм стрипов оно составляет $\sigma=89$ мкм, если для оценки координаты использовать метод “усеченного среднего”.

1. Введение

Детекторы, состоящие из конвертора с большим Z и расположенного за ним годоскопа, впервые были предложены А.А. Тяпкиным как спектрометры электронов и γ --квантов высокой энергии. В настоящее время они широко используются в экспериментах на ускорителях и коллайдерах для измерения координат и энергий e и γ и сепарации h/e и γ/π^0 . Часто их называют детекторами максимума ливня (shower maximum detectors) или предливневыми детекторами (preshower detectors). В настоящей работе рассмотрены методы, позволяющие значительно улучшить их пространственное разрешение.

Для моделирования развития электромагнитных ливней в конверторе, вызванных электронами с энергиями от 10 до 1000 ГэВ, использовался пакет GEANT4 10.01.p02 (Physical list FTFP_BERT) /21/ с “обрезанием” по пробегу 700 мкм для всех частиц. Соответствующие пороги по энергии в конверторе из свинца составляют 1 МэВ для e^+ и e^- и 0.1 МэВ для γ --квантов. Увеличение или уменьшение “обрезания” в 2 раза не меняет множественность e^+ и e^- в ливнях в пределах статистической погрешности 0.5%. Та же версия GEANT4 использовалась для моделирования прохождения протонов через конвертор.

Приведенные ниже результаты относятся к конвертору из свинца. Диаметр конвертора был выбран равным 70 см. Толщина конвертора t измеряется в рад. ед. X_0 , а энергия E_0 электронов---в ГэВ. Зависимость толщины t_{\max} , соответствующей максимальному потоку ливневых частиц, от энергии E_0 электрона определяется формулой/1/:

$$t_{\max} = 1.11 \ln E_0 + 3.14.$$

Для часто используемых энергий 40, 80, 200 и 500 ГэВ t_{\max} составляет 7.2, 8.0, 9.0 и 10.0 X_0 . Предполагалось, что траектория первичных электронов перпендикулярна

плоскости годоскопа. Среднеквадратичные отклонения статистических распределений обозначаются ниже как RMS или σ .

2. Координатное разрешение

Координатное разрешение e,γ -детектора зависит от формы пространственного распределения заряженных частиц после конвертора и структуры годоскопа. В работе /2/ представлены интегральные распределения частиц по радиусу в области максимума ливня. В диапазоне r до ~ 20 г/см², содержащем около 98% частиц, они удовлетворительно фитируются суммой двух экспонент:

$$N(r)/N_0 = 1 - f_0 e^{-sr} - (1 - f_0) e^{-tr}, \quad (1)$$

где N_0 ---полное число частиц, а f_0 , s и t ---свободные параметры, которые слабо зависят от энергии и Z конвертора, если r выражать в г/см² (см. рис. 1). Ниже будут использоваться дифференциальные распределения частиц по поперечной координате x . Если для радиального распределения справедлива формула (1), то распределение по x описывается суммой двух цилиндрических K_0 -функций:

$$\frac{1}{N_0} \cdot \frac{dN}{dx} = \frac{1}{\pi} [sf_0 K_0(sx) + t(1 - f_0) K_0(tx)]. \quad (2)$$

Пример такого распределения показан на рис. 2. В области от -10 до +10 г/см², содержащей более 96% частиц, оно хорошо описывается зависимостью (2). Отметим, что дифференциальные распределения весьма узкие (в распределении на рис. 2 80% частиц находятся в диапазоне x от -2.2 до 2.2 мм), но имеют длинные “хвосты”.

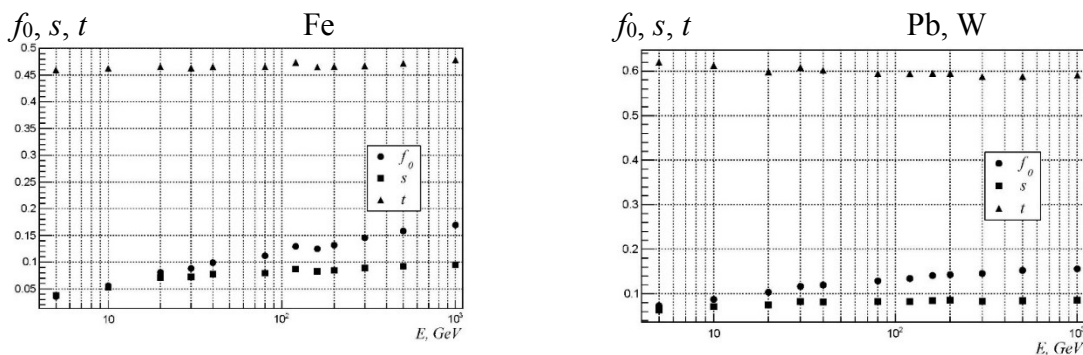


Рис. 1. Зависимость параметров в формуле (1) от энергии электрона/2/. Разница в значениях параметров для Pb и W меньше размера значков.

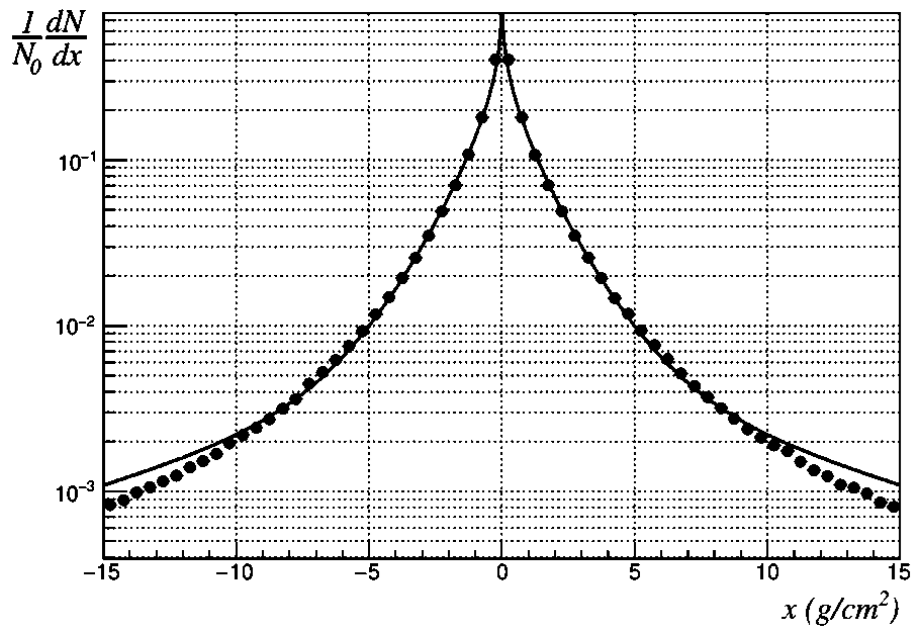


Рис. 2. Распределение заряженных частиц по поперечной координате после конвертора толщиной $9X_0$ при $E_0=200$ ГэВ. Статистические погрешности не превышают размера значков. Кривая представляет формулу (2) с параметрами $f_0=0.14$, $s=0.086$, $t=0.59$ из работы /2/.

В качестве годоскопа был рассмотрен детектор, состоящий из стрипов шириной d . Координата \bar{x} оси ливня в таком детекторе часто оценивается методом центра тяжести с использованием информации о числе частиц (амплитуде сигналов) во всех стрипах. Оказывается однако, что погрешность этой оценки можно для некоторых распределений существенно уменьшить, если вместо \bar{x} использовать т. н. “усеченное среднее” /3/ \bar{x}_α . В вычислении \bar{x}_α участвуют только центральные стрипы, содержащие с каждой от \bar{x} по $N_i/2-\alpha$ частиц, где N_i ---полное число частиц, а α ---доля игнорируемых периферических частиц с каждой стороны. Оптимальное значение α , минимизирующее координатное разрешение, зависит от d . Эта зависимость иллюстрируется табл. 1. На рис. 3 показаны некоторые распределения погрешностей \bar{x} и \bar{x}_α для величин α , близких к оптимальным. Метод “усеченного среднего” эффективен при ширине стрипа, сравнимой или меньше ширины распределения частиц на полувысоте (для $E_0=200$ ГэВ и конвертора толщиной $9X_0$ она составляет 3.6 мм). Для $d=1$ и 2 мм он позволяет улучшить разрешение в 5 и 3 раза (см. табл. 1 и рис. 3), в то время как для $d>4$ мм заметного улучшения нет.

Таблица 1. Зависимость RMS (мкм) от α для конвертора толщиной $9X_0$ при $E_0=200$ ГэВ.

α	0	0.02	0.04	0.06	0.08	0.10	0.12	0.14	0.16	0.18	0.20	0.22	0.24	0.26	0.28
d=1 мм	359	118	97	91	81	78	77	77	74	71	68	69	70	74	86
d=2 мм	397	149	138	135	138	133	129	135	149	173	206	234	265	296	327

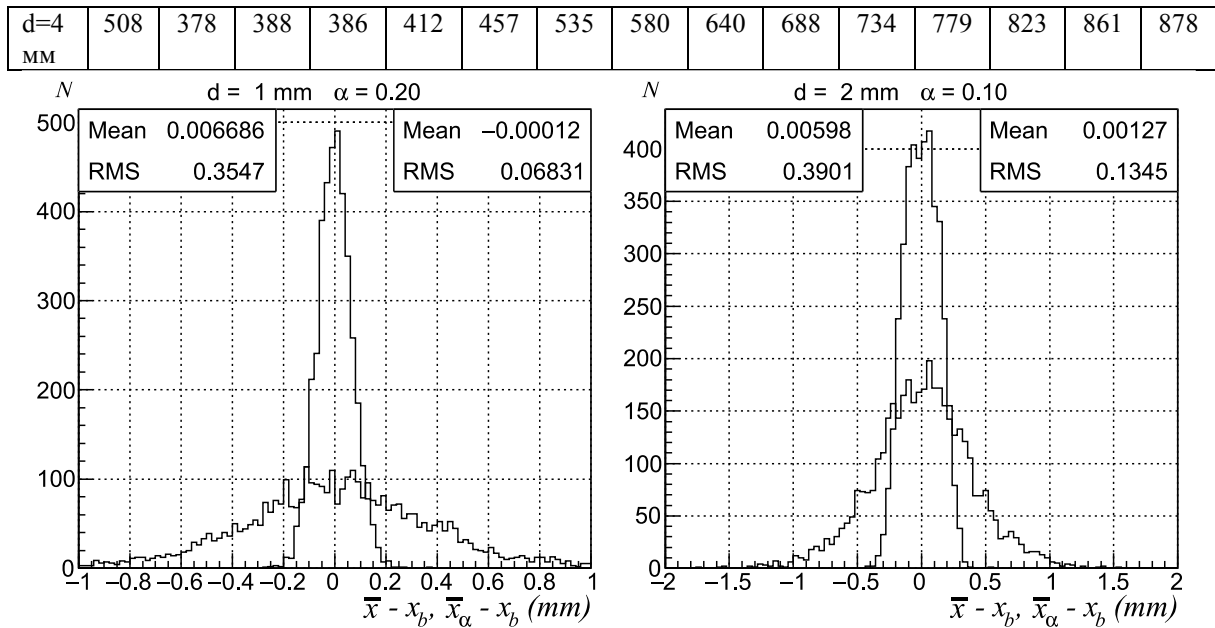


Рис. 3. Распределения погрешностей оценок \bar{x} и \bar{x}_α координаты оси ливня с энергией $E_0=200$ ГэВ для конвертора толщиной $9X_0$: \bar{x} ---широкие гистограммы, \bar{x}_α ---узкие гистограммы, x_b ---истинная координата оси ливня. Значения α близки к оптимальным (см. табл. 1).

Известно, что метод центра тяжести приводит к смещенным оценкам координаты оси ливня, если траектория первичной частицы не проходит через центр или край стрипа. Чтобы определить связанную с этим эффектом погрешность \bar{x}_α , для событий, равномерно распределенных поперек одного из стрипов, вычислялись нормированные величины $\hat{x}_\alpha = (\bar{x}_\alpha - x_0)/d$ и $\hat{x}_b = (x_b - x_0)/d$ (x_0 ---координата центра стрипа, содержащего \bar{x}_α , а x_b ---координата первичного электрона). На рис. 4 представлены зависимости \hat{x}_b от \hat{x}_α для разных d , аппроксимированные модифицированной логистической функцией

$$f(S) = \frac{1 + e^{-A}}{1 - e^{-A}} \cdot \left(\frac{1}{1 + e^{-A \cdot S}} - \frac{1}{2} \right), \quad (3)$$

где $S(x) = \sum_{i=0}^k a_{2i+1} \cdot T_{2i+1}(2x)$ ---сумма многочленов Чебышева 1-го рода, а A и a_{2i+1} ---свободные параметры. На параметр a_1 налагалось условие $a_1 = 1 - \sum_{i=1}^k a_{2i+1}$, которое обеспечивает выполнение равенства $\hat{x}_b = \hat{x}_\alpha = \pm 0.5$ на концах стрипа. Равенство $\hat{x}_b = \hat{x}_\alpha = 0$ в центре стрипа автоматически выполняется выбором нечетных многочленов Чебышева. Начальное значение k составляло 11. Затем, начиная со старших степеней, проверялась значимость коэффициентов a_{2i+1} . Если абсолютная величина коэффициента была меньше утроенной оценки его ошибки, то k уменьшалось на единицу и фитирование повторялось с меньшим количеством параметров. Конечное значение k

зависит от d и, например, для конвертора толщиной $9X_0$ меняется от 0 ($d=1$ мм) до 6 ($d=16$ мм). Зависимость $\hat{x}_b(\hat{x}_\alpha)$ может быть описана только полиномами Чебышева, но использование логистической функции позволяет уменьшить количество свободных параметров.

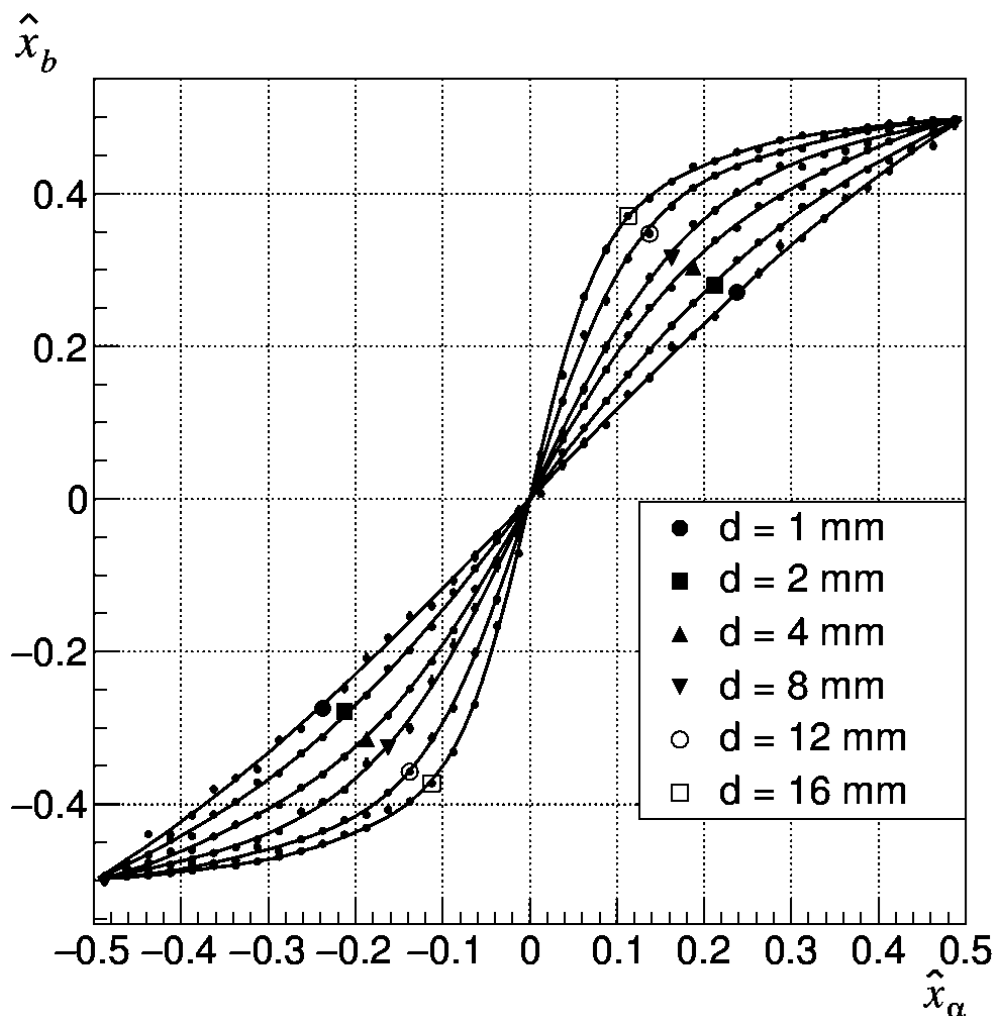


Рис. 4. Связь между восстановленной \hat{x}_α и истинной \hat{x}_b координатами оси ливня с энергией 200 ГэВ в конверторе толщиной $9X_0$: $\hat{x}_\alpha = (\bar{x}_\alpha - x_0)/d$ и $\hat{x}_b = (x_b - x_0)/d$, где x_0 ---координата центра стрипа, содержащего \bar{x}_α . Результаты моделирования аппроксимировались функцией (3). Значения χ^2/ndf для всех кривых близки к 1.

Предложенный метод коррекции смещения \bar{x}_α был опробован на части статистики, не использованной для определения параметров функции f . На рис. 5 представлены распределения погрешностей оценок x_c , полученные путем использования функции $f(x)$ для коррекции смещения \bar{x}_α . Сравнение рис. 3 и рис. 5 показывает, что коррекция смещения существенна для широких стрипов. Она позволяет, например, для 4 мм стрипа уменьшить RMS в 2.5 раза, в то время как для 1 мм стрипа улучшения разрешения практически нет.

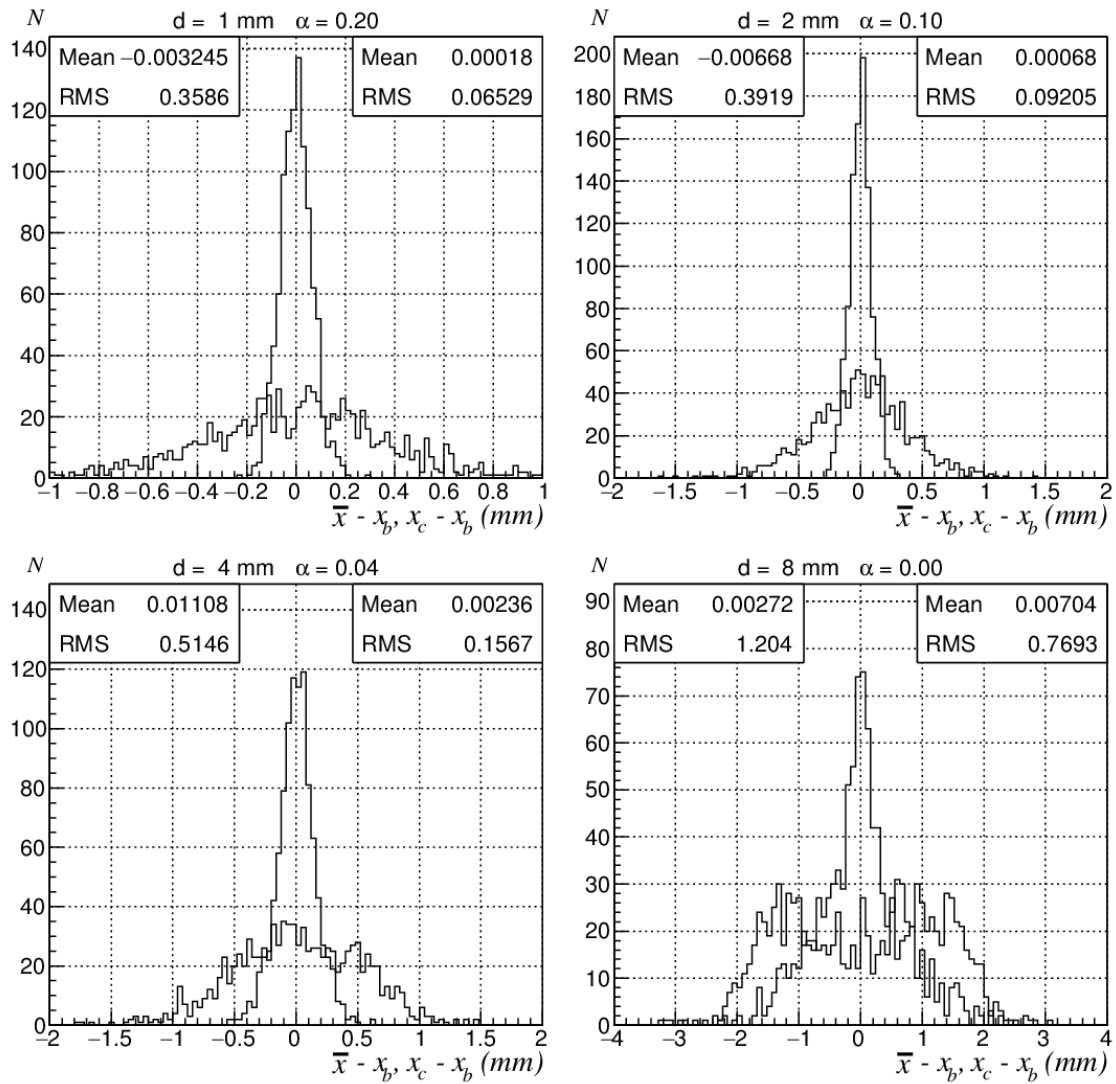


Рис. 5. Распределения погрешностей оценок \bar{x} и x_c при $E_0=200$ ГэВ и конверторе толщиной $9X_0$ (x_c ---координата оси ливня, восстановленная методом “усеченного среднего” с поправкой на смещение); \bar{x} ---широкие гистограммы, x_c ---узкие гистограммы, x_b ---истинная координата оси ливня.

Рис. 6--8 иллюстрируют зависимость координатного разрешения e,γ -детектора от толщины конвертора t , энергии ливня E_0 и ширины стрипа годоскопа d . Из рис. 6--7 следует, что в области максимума ливня функция $x_c(t)$ проходит через широкий минимум, что согласуется с измерениями/4/, достигая, например, при $E_0=200$ ГэВ, $t=9X_0$ и $d=2$ мм величины 89 мкм. Небольшая разница значений RMS на рис. 5 ($d=2$ мм) и рис. 6 ($t=9$) связана с использованием разной статистики. Представленные на рис. 8 данные по зависимости погрешности оценки x_c от E_0 для стрипов шириной 1, 2 и 4 мм аппроксимированы функцией

$$\sigma(x_c - x_b) = A + B/\sqrt{E_0}. \quad (4)$$

Значения параметров A и B приведены в табл. 2.

Таблица 2. Значения параметров в формуле (4).

d, мм	1	2	4	8
A	0.010 ± 0.001	0.012 ± 0.001	0.029 ± 0.003	0.283 ± 0.013
B	0.758 ± 0.011	1.084 ± 0.018	1.776 ± 0.033	6.16 ± 0.15

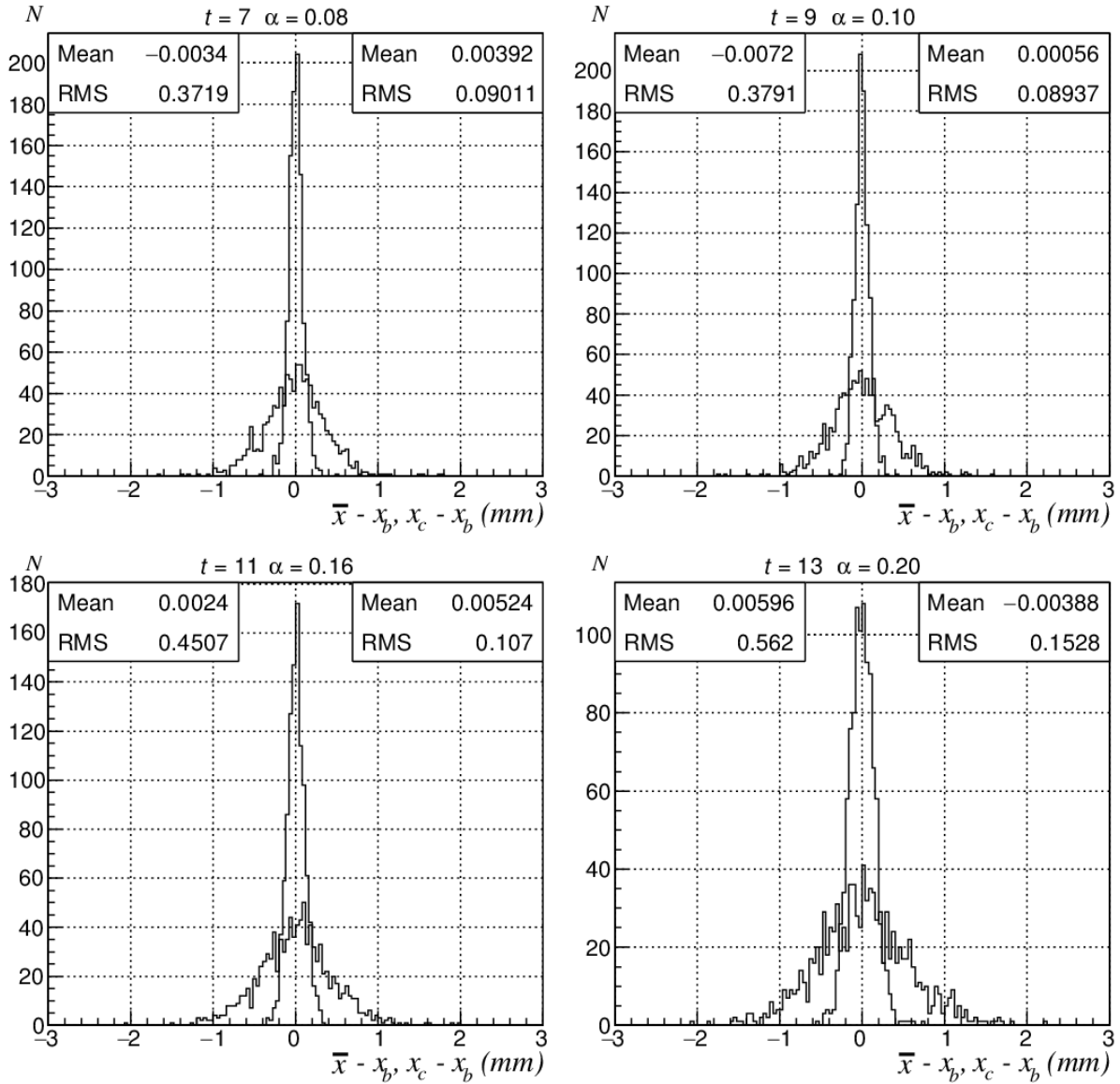


Рис. 6. Распределения погрешностей оценок \bar{x} и x_c при $E_0=200$ ГэВ и для 2 мм стрипов; \bar{x} ---широкие гистограммы, x_c ---узкие гистограммы, x_b ---истинная координата оси ливня. Значения α близки к оптимальным.

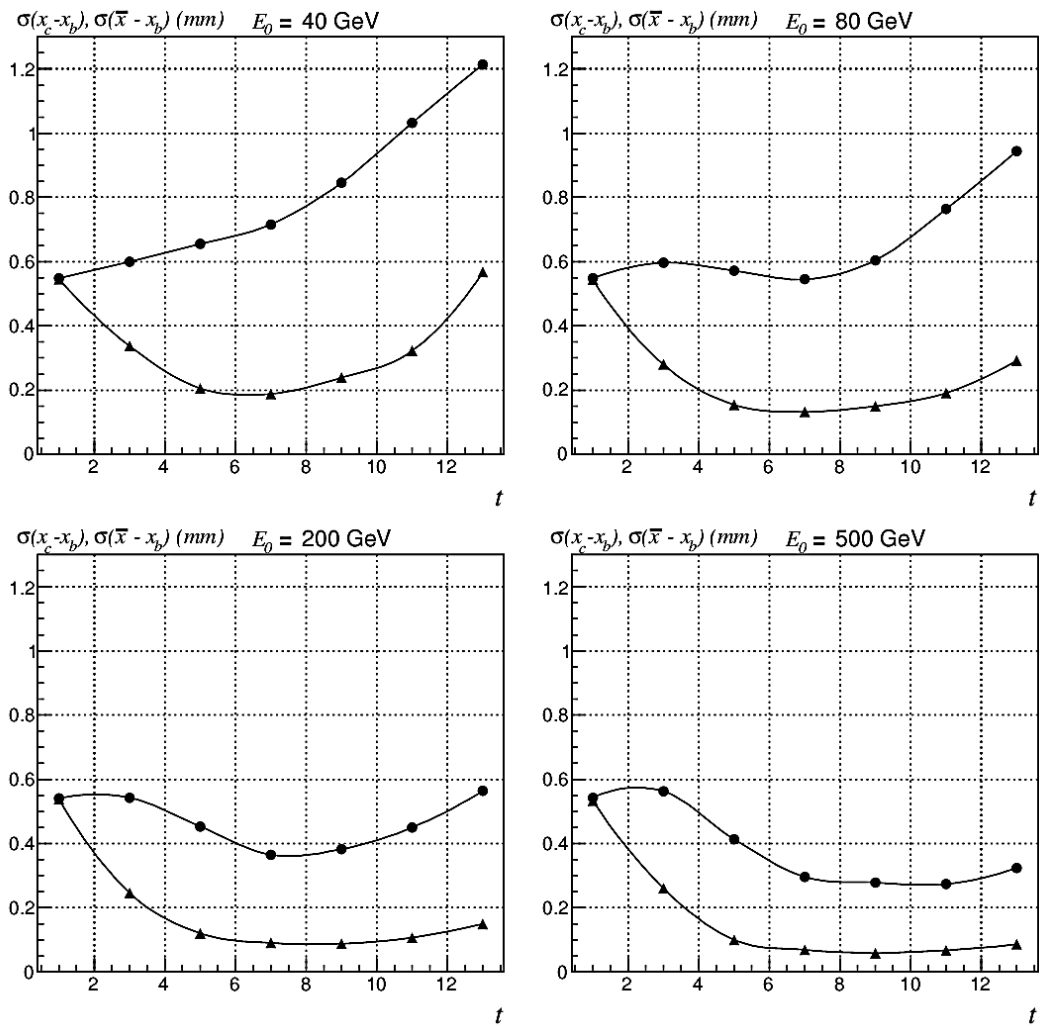


Рис. 7. Зависимость погрешностей оценок \bar{x} и x_c от толщины конвертора для разных энергий ливня и 2 мм стрипов. Кривые проведены при помощи пакета ROOT.

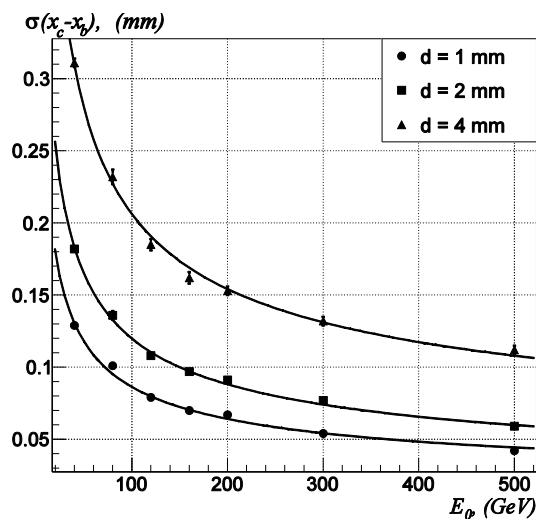


Рис. 8. Зависимость погрешности оценки x_c от энергии для значений α , близких к оптимальным; x_b ---истинная координата оси ливня, d ---ширина стрипа. Результаты расчетов фитированы формулой (4) с параметрами, приведёнными в табл. 2. Ошибки близки к размерам значков.

3. Заключение

В работе рассмотрены новые методы, позволяющие существенно улучшить координатное разрешение e/γ -детектора, состоящего из свинцового конвертора и расположенного за ним годоскопа. Для моделирования развития ливней в конверторе, вызванных электронами и протонами, использовался пакет GEANT4. Показано, что точность восстановления координаты траектории электрона может быть улучшена в 3--5 раз, если вместо обычного метода центра тяжести применить метод «усеченного среднего» и использовать полиномы Чебышева для компенсации систематического смещения оценки координаты, связанного с конечным размером элементов годоскопа. В частности, при энергии ливня 200 ГэВ и ширине стрипа годоскопа 2 мм предлагаемая методика позволяет достичь разрешения 89 мкм.

Список литературы

- [1] *Denisov S.P., Goryachev V.N.* // Physics of Atomic Nuclei, 2018. V. 81. № 10. P. 1488-1493.
- [2] *Denisov S.P., Goryachev V.N.* // arXiv:1812.07906 [physics.ins-det], 2018.
Denisov S.P., Goryachev V.N. // arXiv:1812.10054 [physics.ins-det], 2018.
- [3] *Leman E.* // Moscow. "Nauka", 1991. *E.L. Lehmann* // John Wiley and sons, 1983.
- [4] *Amatuni Ts.A., Antipov Yu.M., Denisov S.P., Petrukhin A.I.* // ПТЭ, 1983. V. 3. P. 33.

Properties of a simple e/γ detector consisting of a lead convertor and a hodoscope

S. P. Denisov, V. N. Goryachev, A. V. Kozelov

Institute for High Energy Physics of the National Research Centre “Kurchatov Institute”
1 Nauki sq, Protvino, Moscow region, 142281 Russian Federation

Vladimir.Goryachev@ihep.ru

Abstract

The results of the calculations of coordinate resolution and hadron rejection factor for a simple e/γ detector consisting of a lead convertor followed by a hodoscope are presented. For the simulation of showers, initiated in the convertor by electrons and hadrons with energies upto 1 TeV GEANT4 is used. It is shown that the best coordinate resolution for electrons is achieved when the convertor thickness is closed to the position t_{\max} of the shower maximum. For example, at 200 GeV with 2 mm strip width hodoscope it is equal to $\sigma=89$ microns provided a "truncated mean" coordinate estimation is used. The optimal thickness of the convertor for hadron rejection is also close to t_{\max} . For 200 GeV beam of electrons and protons the rejection factor of 10^{-4} for 0.9 electron detection efficiency can be reached using only data on charged particles multiplicities. Information on the spatial distribution of the shower particles after the convertor allows to enhance further the rejection by several times.

Keywords: detector of electromagnetic showers, coordinate resolution, e-p separation.