

# Излучение равномерно движущейся частицы в статистически неоднородной среде

М. Р. Киракосян<sup>1,2</sup> А. В. Леонидов<sup>1</sup>

<sup>1</sup>ОТФ ФИАН

<sup>2</sup>МИФИ

16 апреля 2008 г.

## Черенковские глюоны. Теория

Необходимым условием наличия черенковского излучения в обычной или ядерной среде является превышение показателем преломления значения единицы.

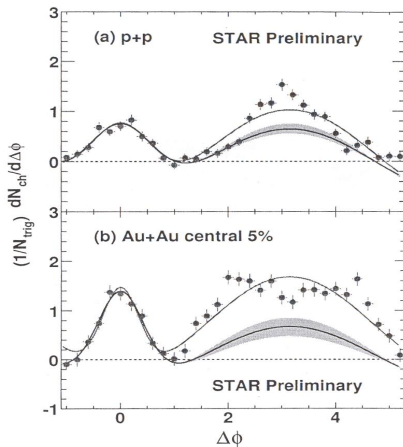
Существует однозначная связь между реальной частью показателя преломления и реальной частью амплитуды рассеяния "вперед"  $F(E, 0^\circ)$ :

$$\Delta n = \text{Re}n - 1 = \frac{8\pi N_s \text{Re}F(E, 0^\circ)}{E^2}$$

где  $E$  - энергия фотона (глюона),  $N_s$  - плотность рассеивающих центров в среде.

# Черенковские глюоны. Эксперимент

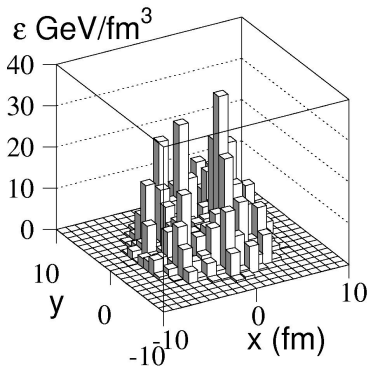
Распределение частиц по проекции азимутального угла в плоскости наблюдения на координатную ось, зарегистрированное в столкновениях протонов и ядер золота на ускорителе RHIC в рамках коллаборации STAR



# Статистические флуктуации в ядерной среде

Как показывают результаты моделирования свойства среды, образовавшейся в результате соударения тяжелых ядер при высоких энергиях, сильно неоднородны и испытывают существенные флуктуации.

Распределение плотности энергии в ядре через  $t = 0.5 \frac{fm}{s}$  после столкновения



# Волновое уравнение в неоднородной среде

Уравнения Максвелла в среде + условия связи (среда изотропная и немагнитная):

$$\left\{ \begin{array}{l} [\nabla \mathbf{E}] = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ (\nabla \mathbf{B}) = \mathbf{0} \\ [\nabla \mathbf{H}] = \frac{4\pi}{c} \mathbf{j} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ (\nabla \mathbf{D}) = 4\pi \rho \\ \mathbf{D} = \varepsilon(\mathbf{r}, t) \mathbf{E} \\ \mathbf{B} = \mathbf{H} \end{array} \right.$$

Уравнение для монохроматической компоненты

электрического поля ( $\kappa = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_0}$ ):

$$\Delta \mathbf{E} - \nabla(\nabla \mathbf{E}) + \kappa^2 \mathbf{E} = -\kappa^2 \xi(\mathbf{r}) \mathbf{E} + i \frac{4\pi \omega \mathbf{j}(\omega)}{c^2}$$

# Случайные флуктуации

Гауссовский ансамбль:

$$\langle \xi(\mathbf{r}_1) \rangle = 0$$

$$\langle \xi(\mathbf{r}_1) \xi(\mathbf{r}_1) \dots \xi(\mathbf{r}_{2n+1}) \rangle = 0$$

$$\langle \xi(\mathbf{r}_1) \xi(\mathbf{r}_2) \rangle = B(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$$

$$\langle \xi(\mathbf{r}_1) \xi(\mathbf{r}_2) \dots \xi(\mathbf{r}_{2n}) \rangle = \sum \text{всевозможные парные корреляции}$$

- $B(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  – корреляционная функция

Однородные флуктуации:  $B(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = B(|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|)$

# Функция Грина среднего поля в импульсном представлении

Просуммировав ряд теории возмущений (по параметру  $\xi$ ) в импульсном представлении, можно получить следующее выражение для функции Грина:

$$G_i(\mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} A_{ij} n_k \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_0) + A_{ik} Q_{kj} G_i(\mathbf{k})$$

Здесь:

- $A_{ij} = \frac{\delta_{ij}}{\kappa^2 - k^2} + \frac{k_i k_j}{\kappa^2(k^2 - \kappa^2)}$  — функция Грина векторного волнового уравнения
- $K(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int B(|\rho|) \exp(i(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k})\cdot\rho) d^3\rho$
- $n_k$  — элементы единичного вектора
- $Q_{ij} \approx \kappa^4 \int K(\mathbf{k}_1 - \mathbf{k}) A_{ij}(\mathbf{k}_1) d^3\mathbf{k}_1$  — первый член в разложении поляризаационного оператора

# Пространственная дисперсия

Задача о поле в среде со случайными флуктуациями сводится к задаче о поле в среде, диэлектрическая проницаемость которой определяется тензором:

$$\varepsilon_{ij} = (1 - \kappa^{-2} Q_{ij}) = (\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2}) \varepsilon_{\perp} + \frac{k_i k_j}{k^2} \varepsilon_{\parallel}$$

Зависимость от волнового вектора свидетельствует о наличии пространственной дисперсии



## Экспоненциальные корреляции

В случае экспоненциальных корреляций

( $B(\rho) = \sigma^2 \exp(-\frac{\rho}{a}) = \sigma^2 \exp(-\rho\alpha)$ ) интеграл для  $Q_{ij}$

вычисляется аналитически:

$$\varepsilon_{\parallel} = 1 - \kappa^2 \sigma^2 \left[ \frac{1}{\kappa^2} + \frac{2}{3\kappa^2} \left( \frac{3\alpha(\imath\kappa + \alpha)}{2k^2} - \frac{3\alpha(\kappa^2 + \alpha^2)}{2k^3} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \arctan \left( \frac{\imath k}{\kappa + \imath\alpha} \right) - \frac{3\alpha}{2k} \arctan \left( \frac{\imath k}{\kappa + \imath\alpha} \right) \right) \right]$$

$$\varepsilon_{\perp} = 1 - \kappa^2 \sigma^2 \left[ \frac{1}{(\kappa + \imath\alpha)^2 - k^2} - \frac{1}{3\kappa^2} \left( \frac{3\alpha(\imath\kappa + \alpha)}{2k^2} - \frac{3\alpha(\kappa^2 + \alpha^2)}{2k^3} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \arctan \left( \frac{\imath k}{\kappa + \imath\alpha} \right) - \frac{3\alpha}{2k} \arctan \left( \frac{\imath k}{\kappa + \imath\alpha} \right) \right) \right]$$

# Поле равномерно движущегося заряда в среде с дисперсией

$$\mathbf{E}_{\parallel}(\mathbf{r}, t) = -\frac{ie}{2\pi^2\epsilon_0} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{\mathbf{k}}{\epsilon_{\parallel}} \exp(i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \mathbf{k}\mathbf{v}t))$$

— продольная компонента электрического поля

$$\mathbf{E}_{\perp}(\mathbf{r}, t) = \frac{ie}{2\pi^2c^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \exp(i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \mathbf{k}\mathbf{v}t)) \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}(k^2\mathbf{v} - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{v}))}{k^2 - \frac{(\mathbf{k}\mathbf{v})^2\epsilon_0}{c^2}} \epsilon_{\perp}$$

— поперечная компонента электрического поля

Характер колебаний поля определяется полюсами подынтегрального выражения.

# Продольное электрическое поле

$\mathbf{E}_{\parallel}(\mathbf{r}, t) = -\frac{ie}{2\pi^2\epsilon_0} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \frac{\mathbf{k}}{\epsilon_{\parallel}} \exp(i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \mathbf{k}\mathbf{v}t))$  – продольная компонента электрического поля

Наличие нулей функции  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$  могло бы свидетельствовать о возможности распространения в среде продольных электромагнитных волн (плазмонов). Однако численный расчёт указывает на отсутствие последних в статистически неоднородной среде.

Мнимая часть  $\epsilon_{\parallel}(\omega, \mathbf{k})$  определяет поглощение в среде продольных мод кулоновского поля. Потери энергии частицей за счёт рассеяния кулоновского поля на неоднородностях имеют вид (цилиндрические координаты;  $\eta_1 = -\frac{\text{Im}(\epsilon_{\parallel})}{|\epsilon_{\parallel}|^2}$ ):

$$\frac{dW}{dz} = \frac{2e^2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} dq d\omega \frac{\omega q |\eta_1(\omega, q)|}{q^2 v^2 + \omega^2}$$

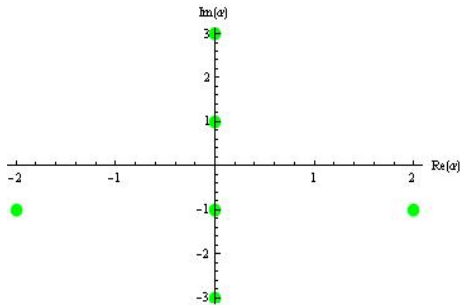
## Поперечное электрическое поле

Пусть  $\varepsilon_0 = 1$  Запишем интеграл для проекции поперечной компоненты электрического поля на направление движения в цилиндрических координатах:

$$\mathbf{E}_\perp(\mathbf{r}, t) \frac{\mathbf{v}}{v} = \frac{zev^2}{\pi^2 c^2} \int_0^\infty q^3 dq \int_0^\pi \cos[qr_\perp \sin \varphi] d\varphi \times \\ \times \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa d\kappa \frac{\exp[i(\kappa z - \kappa vt)]}{[q^2 + \kappa^2][q^2 + \kappa^2 - \frac{\kappa^2 v^2}{c^2} \varepsilon_\perp]}$$

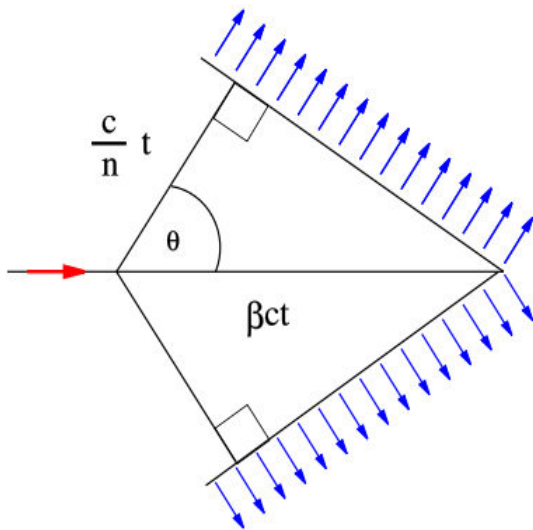
# Поперечное электрическое поле (продолжение)

Расположение полюсов подынтегрального выражения в общем случае имеет вид ( $\kappa = \alpha(q) \cdot q$ ):



- В верхней полуплоскости – только на мнимой оси
- "Мнимые" полюса не вносят вклада в черенковские потери
- Черенковские потери – полюс на действительной оси
- Распространение волны –  $\text{Re}[\alpha]$ . Затухание –  $\text{Im}[\alpha]$

# Геометрия излучения



# Поперечное поле

$$\mathbf{E}_\perp(\mathbf{r}, t) = \frac{ie}{2\pi^2 c^2} \int \frac{d\mathbf{k}}{k^2} \exp(i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \mathbf{k}\mathbf{v}t)) \frac{\mathbf{k}\mathbf{v}(k^2\mathbf{v} - \mathbf{k}(\mathbf{k}\mathbf{v}))}{k^2 - \frac{(\mathbf{k}\mathbf{v})^2 \epsilon_0}{c^2} \epsilon_\perp} \quad (1)$$

Обозначения:  $f(q, \chi) = q^2 + \chi^2 - \frac{\chi^2 v^2}{c^2} \epsilon_\perp$

$$f(q, \chi(q)) = 0, \quad \chi_1(q) = \text{Re}(\chi(q)) \quad \chi_2(q) = \text{Im}(\chi(q))$$

Из (1) можно получить:

Тангенс угла излучения:

$$\tan \theta = \frac{dq}{d\chi_1}$$

Распределение на полувысоте:

$$\frac{dF(\theta)}{d(\tan \theta)^{-1}} = \frac{1}{\pi} \frac{\chi_2(q) \times q}{(\chi_2(q))^2 + q^2 ((\tan \theta)^{-1} - (\tan \theta_0)^{-1})^2}$$

Ширина на полувысоте:

$$(\Delta(\tan \theta)^{-1})_{FMHM} = -\frac{\chi_2(q)}{q}$$

## Поперечные потери

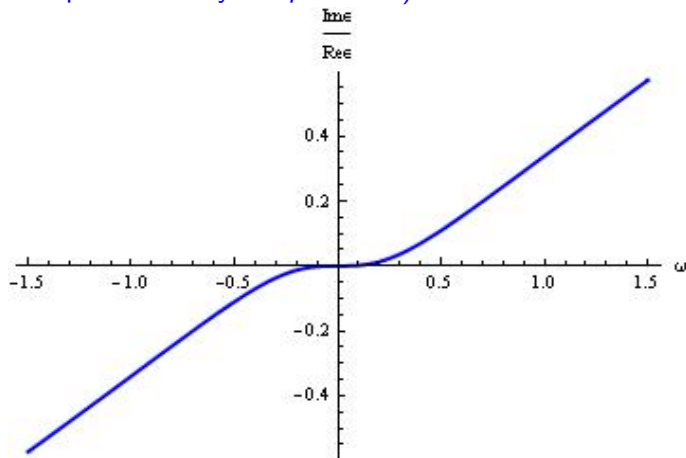
Интеграл потерь поперечного поля частицы принимает вид ( $\eta_2 = -\frac{\text{Im}(\epsilon_\perp)}{|\epsilon_\perp|^2}$ ):

$$\frac{dW}{dz} = \frac{4e^2}{c^2} \int_0^\infty dq \frac{q^3 c^2 \text{Re}(\epsilon_\perp \frac{df}{d\chi} |_{\chi=\chi(q)} \alpha(q))}{|\epsilon_\perp|^2 |\frac{df}{d\chi} |_{\chi=\chi(q)}|^2 |\chi(q)|^2} +$$
$$+ \frac{2e^2}{\pi} \int_0^\infty \int_{-\infty}^\infty dq d\omega \frac{q^3 v^2 |\eta_2(\omega, q)|}{\omega^2 (q^2 v^2 + \omega^2)}$$



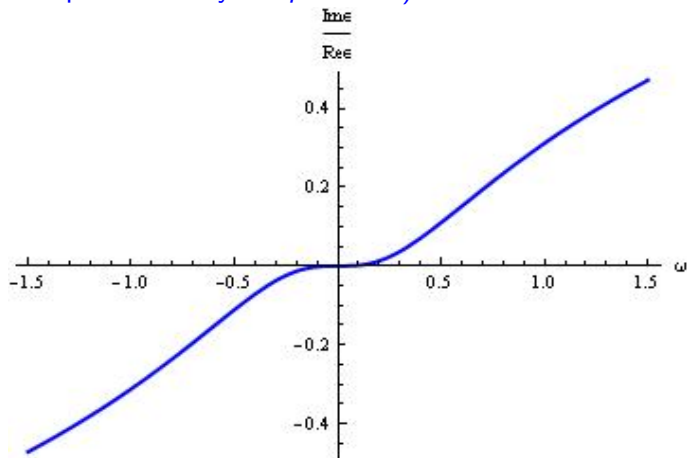
# Поперечная компонента диэлектрической проницаемости

Ниже представлен график зависимости отношения мнимой части диэлектрической проницаемости к действительной от частоты (частота в единицах  $\alpha c$ , амплитуда корреляций = 1, поперечный импульс  $q = 0.1\alpha$  )



# Продольная компонента диэлектрической проницаемости

Ниже представлен график зависимости отношения мнимой части диэлектрической проницаемости к действительной от частоты (частота в единицах  $\alpha c$ , амплитуда корреляций = 1, поперечный импульс  $q = 0.1\alpha$  )



- Получено аналитическое выражение поляризационного оператора для экспоненциальной корреляционной функции
- Найдена функция Грина в импульсном представлении для среднего поля в среде с плавными гауссовскими флуктуациями диэлектрической проницаемости. В результате чего показано, что задача о среднем поле сводится к задаче о поле в среде с пространственной дисперсией.
- Получено аналитическое выражение для мнимой добавки к диэлектрической проницаемости
- Показано, что плазмоны не распространяются в статистически неоднородной среде
- Получено выражение для средних потерь на излучение в статистически неоднородной среде